

المستقيم والدائرة

المستقيم، موازي ومتعامد، البعد، والدائرة: كل قانون مع مثال محلول

مستقيمين متوازيين: نفس الميل $m_1 = m_2$

مستقيمين متعامدين: ضرب الميلين $m_1 \cdot m_2 = -1$

1 الميل ومعادلة المستقيم

من نقطتين

الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

المستقيم $y - y_1 = m(x - x_1)$

مثال: $A(1,\ 3)$، $B(3,\ 7)$

الميل $m = \frac{7-3}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$

المستقيم $y - 3 = 2(x - 1) \Rightarrow y = 2x + 1$

بـ $y = mx + n$: m الميل، وn القطع مع محور y. المستقيم $y = k$ ميله 0، و$x = k$ ما إلو ميل.

2 البعد ونقطة المنتصف

بين نقطتين

البعد $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

المنتصف $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2},\ \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

مثال: $C(-1,\ 2)$، $D(5,\ 10)$

البعد $d = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$

المنتصف $M\left(\frac{-1+5}{2},\ \frac{2+10}{2}\right) = (2,\ 6)$

البعد: **فرق، تربيع، جمع وجذر**. المنتصف: **جمع وقسمة على 2**. نفس C وD بترجعوا بالدائرة بالصفحة 2.

3 موازي ولا متعامد؟

نقطة + ميل

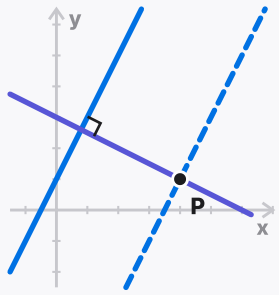
مستقيم بيمرق بالنقطة $P(4,\ 1)$، وهو موازي أو متعامد على $y = 2x + 1$:

موازي: نفس الميل $m = 2$ ← $y - 1 = 2(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 7$

متعامد: $m = -\frac{1}{2}$ ← $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 4) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$

فحص التعامد $2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ ✓

متعامد: **اقلبوا الميل وغيّروا الإشارة**، $-\frac{1}{2}$ ← 2. بالرسمة: المتقطّع موازي، والبنفسجي متعامد.



— $y = 2x + 1$ - - $y = 2x - 7$

— $y = -\frac{1}{2}x + 3$

4 بعد نقطة عن مستقيم

بقانون واحد

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

المستقيم بصورة $Ax + By + C = 0$، والنقطة $(x_0,\ y_0)$.

ما بنعوّض بـ $y = mx + n$ زي ما هي: **أوّل إشي كل إشي لطرف واحد**، وبعدين بنقرأ A، B وC.

مثال: البعد بين $Q(1,\ 2)$ **والمستقيم** $y = -\frac{3}{4}x - 1$

ضرب بـ 4 $4y = -3x - 4 \Rightarrow 3x + 4y + 4 = 0$

$$d = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

بالصفحة 2: الدائرة، المركز ونصف القطر، تكميل لمربّع، المماس، ونقاط الالتقاء ←

الدائرة: المركز ونصف القطر

BagrutAce

5 معادلة الدائرة

المركز ونصف القطر

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

المركز $(a,\ b)$ **ونصف القطر** R**. مثال:**

الدائرة بقطر CD **(بطاقة 2)**

المركز: منتصف القطر	$M(2,\ 6),\quad R=\frac{10}{2}=5$
الدائرة	$(x-2)^2+(y-6)^2=25$
فحص C	$(-1-2)^2+(2-6)^2=9+16=25$ ✓

عوّضوا النقطة بالطرف اليسار: إذا طلع R^2 بالزبط فهي **عالدائرة**، أقل يعني جوّا، وأكثر يعني برّا.

6 معادلة مفتوحة؟

تكميل لمربّع

$$x^2+y^2-6x+4y-12=0$$

$$(x^2-6x+9)+(y^2+4y+4)=12+9+4$$

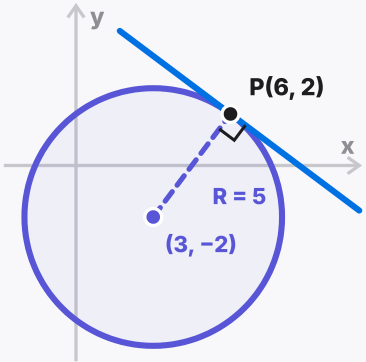
$$(x-3)^2+(y+2)^2=25$$

المركز ونصف القطر $(3,\ -2),\quad R=5$

للطرفين بنزيد **مربّع نص المعامل** تبع x وتبع y: $\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$ و$\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$. المعامل تبع x^2 وy^2 لازم يكون 1، إذا مش 1 اقسموا أوّل.

7 المماس بنقطة على الدائرة

متعامد مع نصف القطر

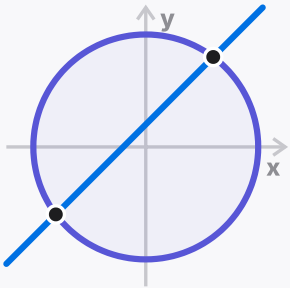


معادلة المماس للدائرة $(x-3)^2+(y+2)^2=25$ بالنقطة $P(6,\ 2)$:

1. عالدائرة؟ P	$(6-3)^2+(2+2)^2=9+16=25$ ✓
2. ميل نصف القطر	$m_r=\frac{2-(-2)}{6-3}=\frac{4}{3}$
3. المماس متعامد عليه	$m_t=-\frac{3}{4}$
4. معادلة المماس	$y-2=-\frac{3}{4}(x-6)\Rightarrow y=-\frac{3}{4}x+6.5$
فحص: بعد المركز عن $3x+4y-26=0$	$\frac{\lvert3\cdot3+4\cdot(-2)-26\rvert}{5}=5=R$ ✓

8 مستقيم ودائرة: وين بيلتقوا؟

تعويض



وين المستقيم $y=x+1$ بيلتقي مع الدائرة $x^2+y^2=25$؟

1. عوّضوا y **بالدائرة**	$x^2+(x+1)^2=25$
2. رتّبوا	$2x^2+2x-24=0\Rightarrow x^2+x-12=0$
3. حلّوا، $\Delta=1+48=49>0$	$(x+4)(x-3)=0\Rightarrow x=3,\ x=-4$
4. لاقوا y **من المستقيم**	$(3,\ 4),\quad (-4,\ -3)$

حلّين: قاطع $\Delta>0$	**حل واحد: مماس** $\Delta=0$	**ما في حل: ما بيلتقوا** $\Delta<0$

أو قارنوا بعد المركز عن المستقيم d مع R: $d<R$ قاطع، $d=R$ مماس، $d>R$ ما بيلتقوا. هين $d=\frac{1}{\sqrt{2}}\approx0.71<5$، فـ **نقطتين**.

بالصفحة 3: كل القوانين بمكان واحد + 4 أغلاط بتتكرّر ←

BagrutAce

كل القوانين بمكان واحد

9 ورقة القوانين

احفظوها

الميل	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
معادلة المستقيم	$y - y_1 = m(x - x_1)$
متوازيين	$m_1 = m_2$
متعامدين	$m_1 \cdot m_2 = -1$
البعد بين نقطتين	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
نقطة المنتصف	$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$
بعد نقطة عن مستقيم	$d = \frac{\lvert Ax_0 + By_0 + C\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2}}$
الدائرة	$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
المماس	$m_r \cdot m_t = -1$
عدد نقاط الالتقاء	$\Delta > 0 \to 2,\ \Delta = 0 \to 1,\ \Delta < 0 \to 0$

4 أغلاط بتتكرّر

1 إشارة المركز

الدائرة $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$

غلط $(2,\ -1),\ R = 9$

صح $(-2,\ 1),\ R = 3$

المركز **بإشارة معكوسة**: $x + 2 = x - (-2)$. وR هو **الجذر**: $\sqrt{9} = 3$.

2 ميل المتعامد

متعامد على مستقيم ميله $m = 2$

غلط -2 **أو** $\frac{1}{2}$

صح $-\frac{1}{2}$

اقلبوا **وغيّروا الإشارة**، الثنتين مع بعض. فحص سريع: الضرب لازم يطلع -1.

3 تكميل لمربّع بطرف واحد

زدتوا 9 و4 بس عاليسار؟ (بطاقة 6)

غلط $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 12$

صح $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$

اللي بتزيدوه يسار، **زيدوه يمين**: $12 + 9 + 4 = 25$.

4 بعد نقطة عن مستقيم

المستقيم $y = -\frac{3}{4}x - 1$

غلط $A = -\frac{3}{4},\ B = 1,\ C = -1 \Rightarrow d = 0.2$

صح $3x + 4y + 4 = 0 \Rightarrow d = 3$

القانون بيشتغل بس على $Ax + By + C = 0$: **كل إشي لطرف واحد** قبل التعويض.

بدّكم تتدرّبوا على أسئلة مستقيم ودائرة؟

حلّوا على BagrutAce، وAce بيصلّحه إلكم على طول.

bagrutace.com ← يلّا نبلّش