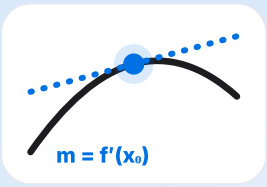
رياضيات 5 وحدات: من وين نبلّش؟



مش عارفين كيف تدرسوا للرياضيات؟ امشوا بهاي الترتيب.

1 مشتقات — افهموا القوانين منيح، وكيف تستعملوهن.
← **2 بحث دالة** — شو يعني بحث دالة، شو الأفرع، وكيف نحلّهن.
← **3 إنتجرال** — عكس المشتقة، وحساب مساحات.
+ **4 كل أسبوع** — من أوّل أسبوع: سؤال بجروت قديم بالمواضيع اللي درستوها.

1 المشتقات

افهموا كل قانون، وبعدين جرّبوه على أمثلة صغار.

1 القوانين الأساسية

عدد ثابت	$(c)' = 0$
قوة	$(x^n)' = n\,x^{n-1}$
ضرب بعدد	$(k \cdot f)' = k \cdot f'$
مجموع وفرق	$(f \pm g)' = f' \pm g'$
جذر	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

بالقوة: **الأس بينزل قدّام**، وبينقص 1: $(x^5)' = 5x^4$

2 ضرب، قسمة وسلسلة

ضرب	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
قسمة	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
سلسلة	$\big(f(g(x))\big)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
e مع سلسلة	$(e^g)' = g'\,e^g$
ln مع سلسلة	$(\ln g)' = \frac{g'}{g}$

بالقسمة: $f'g$ **أوّل**، وبعدين الناقص. بالسلسلة: اشتقّوا **الخارجية**، واضربوا بمشتقة **الداخلية**.

3 e، ln، sin، cos

دالة أسّية	$(e^x)' = e^x$
لوغاريتم	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
ساين	$(\sin x)' = \cos x$
كوساين	$(\cos x)' = -\sin x$

انتبهوا للإشارة: مشتقة cos فيها **ناقص**.

4 مثالين صغار

قسمة: $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$

بالقانون: $f'(x) = \frac{2(x-3) - (2x+1)\cdot 1}{(x-3)^2}$

الجواب: $f'(x) = \frac{-7}{(x-3)^2}$

سلسلة: $f(x) = (x^2+1)^5$

الجواب: $f'(x) = 5(x^2+1)^4 \cdot 2x = 10x(x^2+1)^4$

5 شو بتحكيلنا المشتقة؟

هاي اللي بنستعمله ببحث الدالة

$m = f'(x_0)$ — ميل المماس بالنقطة x_0

$f'(x) > 0$ — الدالة **بتصعد** (تصاعد)

$f'(x) < 0$ — الدالة **بتنزل** (تنازل)

$f'(x) = 0$ — ممكن **نقطة قصوى**، إذا إشارة f' بتتغيّر

ومعادلة المماس بالنقطة (x_0, y_0): $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

بالصفحة 2: بحث الدالة، فرع فرع، على مثال واحد ←

2 بحث الدالة

يعني نجمع معلومات عن الدالة عشان نرسمها.

بالعبري: חקירת פונקציה

المثال اللي بنمشي فيه

الأفرع بالترتيب اللي بنحلّهن فيه، على نفس الدالة.

$$f(x)=\frac{x^2-4}{x^2-1}$$

1 مجال التعريف

وين الدالة مش معرّفة؟ بالكسر: **المقام ما بصير 0**.

المقام $x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm 1$

المجال $x \neq \pm 1$

فيه جذر؟ $\sqrt{g} \Rightarrow g \geq 0$. فيه ln؟ $\ln g \Rightarrow g>0$.

2 التقاطع مع المحورين

مع محور x: $f(x)=0$ (بالكسر: **البسط = 0**). مع محور y: بنعوّض $x=0$.

محور x $x^2-4=0 \Rightarrow (2,0),\ (-2,0)$

محور y $f(0)=\frac{-4}{-1}=4 \Rightarrow (0,4)$

اتأكّدوا إنه كل نقطة **جوّا المجال**. إذا $x=0$ برّا المجال، ما في تقاطع مع محور y.

3 نقاط قصوى + مجالات تصاعد وتنازل

اشتقّوا ← f'=0 ← جدول إشارات

قسمة $f'(x)=\frac{2x(x^2-1)-(x^2-4)\cdot 2x}{(x^2-1)^2}$

عامل مشترك $=\frac{2x\left[(x^2-1)-(x^2-4)\right]}{(x^2-1)^2}$

بسّطوا $f'(x)=\frac{6x}{(x^2-1)^2}$

f'=0 $6x=0 \Rightarrow x=0$

x	$x<-1$	-1	$-1<x<0$	0	$0<x<1$	1	$x>1$
f'	−		−	0	+		+
f	↘		↘	min	↗		↗

نقطة نهاية صغرى (min) $(0,4)$

تنازل $x<-1$، $-1<x<0$

تصاعد $0<x<1$، $x>1$

من − لـ + = صغرى (min)، ومن + لـ − = عظمى (max). العواميد المخطّطة ($x=\pm 1$، برّا المجال) بتقسم الجدول.

4 خطوط التقارب

عمودي: بالكسر، وين المقام = 0 بعد ما تختصروا.

عمودي $x=1,\ x=-1$

أفقي: الليميت لما $x \to \infty$ ولما $x \to -\infty$.

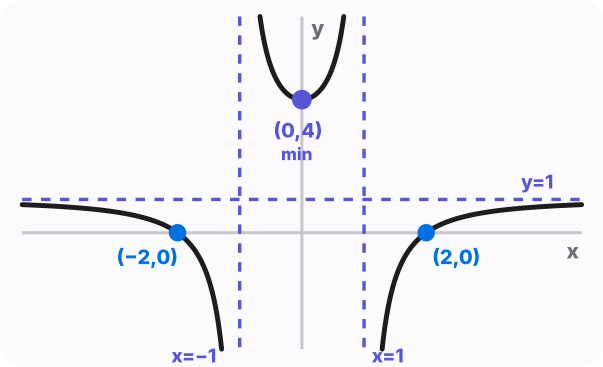
الليميت $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-4}{x^2-1}=1$

أفقي $y=1$

نفس الدرجة: قسّموا **معامل أعلى قوة فوق** على **اللي تحت**.
البسط درجته أصغر: $y=0$. أكبر: ما في أفقي.

5 رسم تقريبي

بعد ما تجمعوا المعلومات



حطّوا الخطوط المتقطّعة والنقاط، وامشوا حسب الأسهم من الجدول.
الدالة **زوجية**: $f(-x)=f(x)$، فالرسم متماثل بالنسبة لمحور y.

! مش كل سؤال بيطلب كل الأفرع، ومرّات في بنود بعد الرسم بتعتمد عليه. بس **المجال دايمًا أوّل إشي**.

بالصفحة 3: الإنتجرال + سؤال بجروت كل أسبوع ←

3 الإنتجرال

عكس المشتقة: بندوّر على دالة F اللي مشتقتها f.

1 شو يعني إنتجرال؟ وليش C+؟

$$F'(x) = f(x) \Rightarrow \int f(x)\,dx = F(x) + C$$

مشتقات: $(x^2)' = (x^2+5)' = (x^2-3)' = 2x$

إنتجرال: $\int 2x\,dx = x^2 + C$

مشتقة العدد الثابت = 0، فما بنعرف شو كان العدد. عشان هيك بنكتب **C+ بكل إنتجرال غير محدود**.

2 القوانين الأساسية

عدد ثابت	$\int k\,dx = kx + C$
قوة	$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (n \neq -1)$
مقلوب	$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln\lvert x\rvert + C$
دالة أسّية	$\int e^x\,dx = e^x + C$
ساين	$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$
كوساين	$\int \cos x\,dx = \sin x + C$

بالقوة: **الأس بيزيد 1**، وبنقسم على الأس الجديد. إنتجرال sin فيه **ناقص**.

3 خصائص + مثال

ضرب بعدد: $\int k\,f\,dx = k\int f\,dx$

مجموع وفرق: $\int (f \pm g)\,dx = \int f\,dx \pm \int g\,dx$

مثال: $\int (6x^2 - 4x + 3)\,dx$

الجواب: $= 2x^3 - 2x^2 + 3x + C$

افحصوا: $(2x^3 - 2x^2 + 3x)' = 6x^2 - 4x + 3$

افحصوا حالكم دايمًا: **اشتقّوا الجواب**، ولازم يطلعلكم نفس الدالة اللي بالسؤال.

4 الإنتجرال المحدود

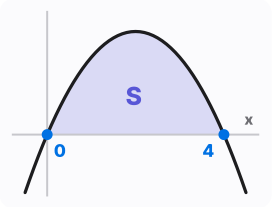
القانون: $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

عوّضوا b، وبعدين a، واطرحوا. **هين ما في C**، عشان بتروح بالطرح.

مثال: $\int_0^2 (3x^2+1)\,dx = \left[x^3 + x\right]_0^2$

الجواب: $= (8+2) - 0 = 10$

5 المساحة بين الرسم ومحور x



الدالة: $f(x) = 4x - x^2$

محور x: $x = 0,\ x = 4$

فوق المحور: $f(2) = 4 > 0$

الإنتجرال: $S = \int_0^4 (4x - x^2)\,dx = \left[2x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^4$

المساحة: $= \left(32 - \frac{64}{3}\right) - 0 = \frac{32}{3}$

تحت محور x؟ الإنتجرال بيطلع **سالب**، والمساحة هي القيمة المطلقة: $\int_0^4 (x^2 - 4x)\,dx = -\frac{32}{3} \Rightarrow S = \frac{32}{3}$

بيقطع المحور بالنص؟ قسّموا عند نقطة التقاطع، خذوا كل قطعة بالقيمة المطلقة، واجمعوا.

بين دالتين (لما f فوق g بكل المجال): $S = \int_a^b \left(f(x) - g(x)\right)\,dx$

كل أسبوع: سؤال بجروت قديم كامل بالمواضيع اللي درستوها

حتى لو ما في امتحان هالأسبوع. بالأوّل حلّوا البنود اللي بتقدروا عليها، وقارنوا مع الحل.

☐ أسبوع 1 ☐ أسبوع 2 ☐ أسبوع 3 ☐ أسبوع 4

بدّكم تتدرّبوا على أسئلة بجروت رياضيات؟

حلّوا على BagrutAce، وAce بيصلّحه إلكم وبيشرحلكم خطوة خطوة.

يلّا نبلّش ← bagrutace.com