


# أسئلة احتمال

## قوانين بتحتاجوها

جرّبوا لحالكم أوّل، والحل الكامل بالصفحة 2 ←

| | |
|---|---|
| كلاسيكي | $P(A)=\frac{\lvert A\rvert}{\lvert\Omega\rvert}$ |
| المتمّم | $P(\bar{A})=1-P(A)$ |
| اتحاد | $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ |
| مستقلّان | $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ |
| شرطي | $P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ |
| برنولي | $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ |

## 1 بطاقات مرقّمة

سهل

في صندوق 20 بطاقة مرقّمة من 1 حتى 20. نسحب بطاقة واحدة بشكل عشوائي. ما احتمال أن يكون الرقم:

أ. من مضاعفات 4؟

ب. ليس من مضاعفات 3؟

ج. من مضاعفات 3 أو من مضاعفات 5؟

## 2 كيس كرات بدون إرجاع

سهل

في كيس 4 كرات بيضاء و6 كرات سوداء. نسحب كرتين، واحدة بعد الثانية، بدون إرجاع. ما احتمال:

أ. أن تكون الكرتان سوداوين؟

ب. أن تكون الكرتان بلونين مختلفين؟

ج. أن نسحب كرة بيضاء واحدة على الأقل؟

## 3 امتحانان مستقلّان

متوسط

احتمال أن ينجح طالب في امتحان الرياضيات هو 0.8، واحتمال أن ينجح في امتحان الإنجليزي هو 0.75. النجاح في الامتحانين حدثان مستقلّان. ما احتمال أن ينجح الطالب:

أ. في الامتحانين؟

ب. في امتحان واحد فقط؟

ج. في امتحان واحد على الأقل؟

## 4 جدول طلاب

متوسط

في الصف الثاني عشر 120 طالب. الجدول بيّن مين اختار تخصّص الحاسوب. نختار طالبًا بشكل عشوائي.

| | حاسوب | تخصّص آخر | المجموع |
|---|---|---|---|
| بنات | 42 | 28 | 70 |
| أولاد | 18 | 32 | 50 |

أ. ما احتمال أن يكون الطالب قد اختار الحاسوب؟

ب. إذا عُلم أنّه اختار الحاسوب، ما احتمال أن تكون بنتًا؟

ج. هل «بنت» و«اختار الحاسوب» حدثان مستقلّان؟ علّلوا.

## 5 قطعة نقود وكيسين

مستوى بچروت

في الكيس الأول 3 كرات حمراء و2 بيضاء، وفي الكيس الثاني كرة حمراء واحدة و4 بيضاء. نرمي قطعة نقود: إذا ظهرت «صورة» نسحب كرة من الكيس الأول، وإذا ظهرت «كتابة» نسحب من الكيس الثاني.

أ. ما احتمال أن نسحب كرة حمراء؟

ب. سحبنا كرة حمراء. ما احتمال أنّها من الكيس الأول؟

## 6 رميات على هدف

مستوى بچروت

لاعب يرمي على هدف. احتمال أن يصيب في كل رمية هو 0.6، والرميات مستقلّة. اللاعب يرمي 5 رميات.

أ. ما احتمال أن يصيب 3 مرّات بالضبط؟

ب. ما احتمال أن يصيب مرّة واحدة على الأقل؟

ج. ما أقل عدد رميات يجعل احتمال إصابة واحدة على الأقل أكبر من 0.999؟

# الحل الكامل

## 1 بطاقات مرقّمة

أ) 0.25 $\{4,8,12,16,20\} \Rightarrow P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

ب) 0.7 $1 - \frac{6}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

ج) 0.45 $\frac{6}{20} + \frac{4}{20} - \frac{1}{20} = \frac{9}{20}$

بـ «ب» في 6 مضاعفات لـ 3 (3 حتى 18). بـ «ج» الرقم **15** انعدّ مرّتين، عشان هيك بنطرحه مرّة.

## 2 كيس كرات بدون إرجاع

B = سوداء، W = بيضاء

أ) ≈ 0.333 $P(BB) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

ب) ≈ 0.533 $\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$

ج) ≈ 0.667 $1 - P(BB) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

بدون إرجاع: بالسحبة الثانية **ضايل 9 كرات** بس، فالمقام بيصير 9.

## 3 امتحانان مستقلّان

M = نجح بالرياضيات، E = نجح بالإنجليزي

أ) 0.6 $P(M \cap E) = 0.8 \cdot 0.75$

ب) 0.35 $0.8 \cdot 0.25 + 0.2 \cdot 0.75 = 0.2 + 0.15$

ج) 0.95 $1 - P(\bar{M})\,P(\bar{E}) = 1 - 0.2 \cdot 0.25$

«على الأقل واحد» = **1 ناقص «ولا واحد»**. هاي أسرع طريق.

## 4 جدول طلاب

G = بنت، C = اختار الحاسوب

أ) 0.5 $P(C) = \frac{42+18}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$

ب) 0.7 $P(G \mid C) = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$

ج) مش مستقلّين $P(G) = \frac{7}{12} \approx 0.583 \neq 0.7$

بالشرطي، المقام هو الحدث الّي بنعرفه: هين **60 طالب حاسوب** مش 120.

## 5 قطعة نقود وكيسين

I = الكيس الأول، R = حمراء

أ) 0.4 $P(R) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$

ب) 0.75 $P(I \mid R) = \frac{P(I \cap R)}{P(R)} = \frac{3/10}{2/5} = \frac{3}{4}$

ارسموا **شجرة**: فرع لكل كيس، وبعدين فرع لكل لون. بـ «ب» بنقسم الفرع الأحمر من الكيس الأول على كل الأحمر.

## 6 رميات على هدف

X = عدد الإصابات، p = 0.6

أ) 0.3456 $\binom{5}{3}\,0.6^3 \cdot 0.4^2 = 10 \cdot 0.216 \cdot 0.16$

ب) 0.98976 $P(X \geq 1) = 1 - 0.4^5 = 1 - 0.01024$

ج) n = 8 $0.4^n < 0.001 \Rightarrow n > \frac{\log 0.001}{\log 0.4} \approx 7.54$

log 0.4 سالب، فونتا بنقسم عليه **الإشارة بتنقلب**. افحصوا: n = 7 بيعطي 0.998 بس.

**بدكم تتدرّبوا على أسئلة احتمال؟**
حلّوا على BagrutAce وAce بيصلّحلكم فورًا.
bagrutace.com ← يلّا نبلّش